

ZAGADNIENIA ZALICZENIOWE i PRZYKŁADY PYTAŃ z METOD KOMPUTEROWYCH w TSiP

- Podstawowe związki (równania równowagi, liniowe i nieliniowe związki geometryczne, związki fizyczne, warunki brzegowe) w zapisie wskaźnikowym i klasycznym

Kinetyczne (naprężeniowe) warunki brzegowe to:

- związki pomiędzy naprężeniami i odkształceniami
- związki w postaci $E_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i} + u^k_{,i} u_{k,j})$
- związki w postaci $\sigma^{ij} n_j = p^i$ na S_σ
- związki pomiędzy przemieszczeniami i odkształceniami

Wskaż poprawnie zapisane związki

- $\sigma^{ij}_{,j} + X^i = 0$
- $\sigma^{22}_{,1} + \sigma^{22}_{,2} + \sigma^{22}_{,3} + X^2 = 0$
- $\tau_{xy} n_x + \sigma_y n_y + \tau_{zy} n_z = p_y$
- $\epsilon_{12} = \frac{1}{2}(u_{1,1} + u_{2,2})$
- $\sigma^{ij} = C^{ijkl} \epsilon_{ij}$

- Funkcjonał Lagrange'a (definicja, wymiar fizyczny, składniki – (U, L) , argumenty, zupełność) i twierdzenie Lagrange'a

- Porównanie metod Ritza i Galerkina

- Własności i warunki stawiane funkcjom bazowym w MES

- Różnice pomiędzy elementami dostosowanymi i niedostosowanymi

- Jakie związki, wektory, macierze MES zapisuje się w układach lokalnym bądź globalnym?

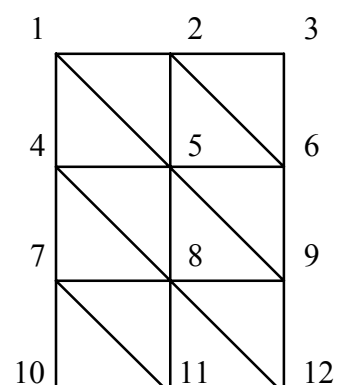
- Równania równowagi MES: węzłów na poziomie elementu i konstrukcji, równania zapisane dla elementu i całej konstrukcji przed i po narzuceniu warunków podparcia (nazwy składników i ich definicje)

- Własności globalnej macierzy sztywności przed i po modyfikacji

- Wprowadzanie warunków brzegowych przy użyciu dużych liczb

- Rozmiar układu równań MES

Obszar tarczy podzielono liniowymi elementami trójkątnymi. Z ilu równań składa się związek $[K]\{q\} = \{F\} + \{R\}$? Jaka jest szerokość półpasma macierzy sztywności przy podanej globalnej numeracji węzłów?

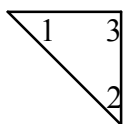


11. Interpretacja fizyczna i własności współczynników macierzy sztywności

12. Agregacja globalnej macierzy sztywności i globalnego wektora równoważników statycznych obciążenia

Sumą ilu podmacierzy od pojedynczych elementów są podmacierze $[K_{55}]$, $[K_{12}]$, $[K_{13}]$ globalnej macierzy sztywności przy podziale jak w punkcie 11. Po przyjęciu numeracji elementów i lokalnej numeracji węzłów zapisz te sumy. Podobną operację wykonaj dla wektora równoważników statycznych w wybranym węzle

Dana jest macierz sztywności trójkątnego liniowego elementu tarczowego po transformacji do układu globalnego. Wyznacz współczynnik K_{11} z podmacierzy

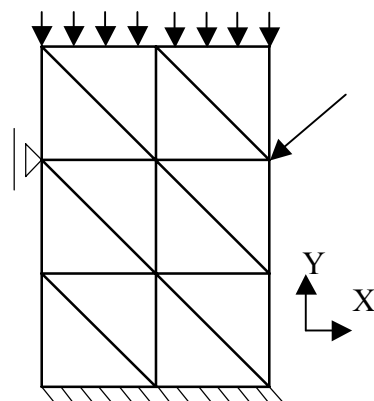


$$[k^e] = \begin{bmatrix} 16 & 0 & 0 & -12 & -16 & 12 \\ 0 & 32 & 0 & 0 & 0 & -32 \\ 0 & 0 & 18 & 0 & -18 & 0 \\ -12 & 0 & 0 & 8 & 12 & -8 \\ -16 & 0 & -18 & 12 & 30 & -8 \\ 12 & -32 & 0 & -8 & -8 & 36 \end{bmatrix}$$

$$[K_{55}] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \text{ globalnej macierzy sztywności}$$

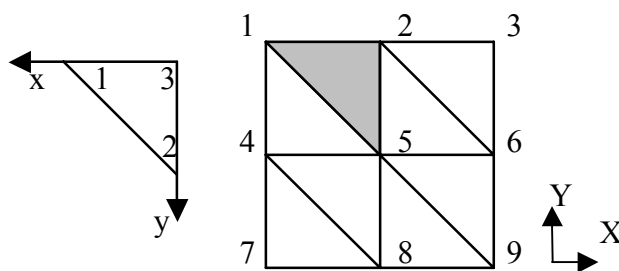
dla schematu jak w punkcie 11.

Tarczę podzielono trójkątnymi elementami liniowymi. Ile wyrazów różnych od zera będą zawierały globalne wektory: równoważników statycznych obciążenia $\{F\}$ i reakcji podporowych $\{R\}$?



13. Wyznaczanie parametrów węzłowych elementu, odkształceń i naprężeń na podstawie globalnego wektora parametrów węzłowych

Tarczę podzielono trójkątnymi elementami liniowymi. Dany jest globalny wektor parametrów węzłowych $\{q\}$. Dla zaznaczonego elementu dane są macierze związków geometrycznych $[B_\alpha]$ i macierz sprężystości $[D]$. Wyznacz wektor parametrów węzłowych w układzie lokalnym, wektory odkształceń i naprężeń w zaznaczonym elemencie. Zwróć uwagę na różnicę między układami współrzędnych: globalnym i lokalnym.

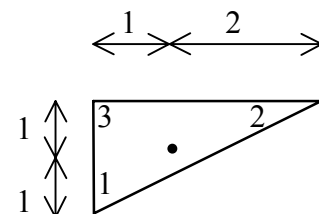


$$[D] = \begin{bmatrix} 100 & 20 & 0 \\ 20 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 40 \end{bmatrix} \quad [B_1] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -4 \\ -4 & 0 \end{bmatrix} \quad [B_2] = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \quad [B_3] = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 4 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\{q\} = [0.1 \quad 0.25 \quad 0.3 \quad 0.15 \quad 0.12 \quad -0.1 \quad 0 \quad 0.1 \quad -0.2 \quad 0.05 \quad \dots]^T$$

14. Współrzędne powierzchniowe

Wyznacz wartości współrzędnych powierzchniowych w zaznaczonym punkcie



15. Rodzina elementów trójkątnych w zagadnieniu tarczy (liczba punktów węzłowych i ich rozmieszczenie, liczba stopni swobody elementu).
16. Rodziny elementów prostokątnych: Serendipa i Lagrange'a w zagadnieniu tarczy (liczba punktów węzłowych i ich rozmieszczenie, liczba stopni swobody elementu).
17. Postać wielomianu interpolacyjnego Lagrange'a
18. Podstawowe elementy (wektory przemieszczenia, odkształcenia i naprężenia, energia sprężysta, funkcjonal Lagrange'a) macierzowego opisu modelu fizycznego zagadnienia płyty cienkiej
19. Elementy skończone w zagadnieniu płyty cienkiej (liczba punktów węzłowych i ich rozmieszczenie, liczba stopni swobody elementu, wektory parametrów węzłowych).
20. Całkowanie funkcji opisanych współrzędnymi powierzchniowymi

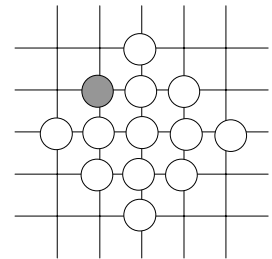
Podaj wartość całki funkcji współrzędnych powierzchniowych po polu trójkąta. Przyjmij pole $A = 6$

$$\int_{A^\Delta} L_1^2 L_2^2 dA$$

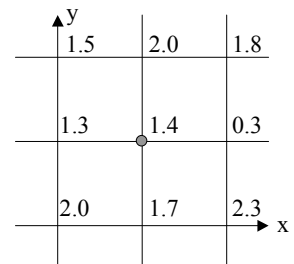
21. Operatory różnicowe w zagadnieniu tarczy i płyty (bilaplasjan, σ_x , σ_y , τ_{xy} , M_x , M_y , M_{xy})

Podaj mnożnik wynikający z rozmiaru siatki dla operatora $\Delta\Delta$ (odp. $\frac{1}{s^4}$)

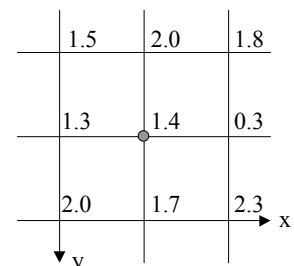
Podaj zaznaczony współczynnik operatora różnicowego bilaplasjanu



Dane są wartości funkcji Airy'ego w węzłach siatki. Oczko siatki $s = 1$. Wyznacz wartości naprężeń σ_x , σ_y , τ_{xy} w punkcie środkowym

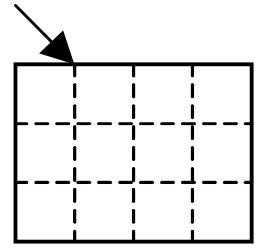


Dane są wartości ugięć płyty w węzłach siatki. Oczko siatki $s = 1$. Wyznacz wartości momentów M_x , M_y , M_{xy} w punkcie środkowym. Przyjmij $D = 2$ i $\nu = 0$

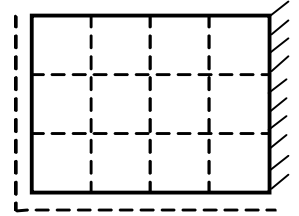


22. Liczba równań MRS w zagadnienie tarczy i płyty

Ile równań operatorów różnicowych MRS zapiszemy dla modelu dyskretnego tarczy jak na rysunku?

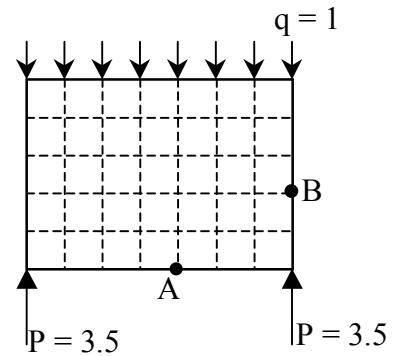


Ile równań operatorów różnicowych MRS zapiszemy dla modelu dyskretnego płyty jak na rysunku?

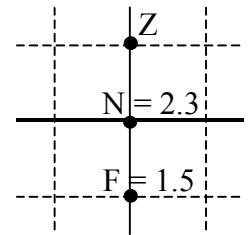


23. Warunki brzegowe w MRS dla tarczy

Dla tarczy dany jest schemat statyczny i model dyskretny MRS. Wyznacz wartość funkcji Airy'ego w punkcie B. Punkt początkowy - A. Oczko siatki $s = 0.5$.



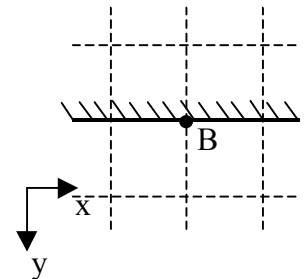
Dana jest wartość funkcji Airy'ego w punkcie wewnętrznym i wartość siły osiowej na brzegu tarczy. Wyznacz wartość funkcji Airy'ego w punkcie leżącym poza obszarem tarczy (punkt Z). Oczko siatki $s = 1$



24. Warunki brzegowe w MRS dla płyty (krawędź swobodna, zawiasowa, zamocowana, słup sztywny)

Z jakich warunków korzystamy w celu obliczenia niewiadomych przemieszczeń w punktach węzłowych siatki MRS leżących na brzegu oraz o jedno i dwa oczka poza obszarem płyty dla krawędzi zamocowanej jak na rysunku?

- A) $w_B = 0, \frac{\partial w}{\partial x}|_B = 0, \Delta\Delta w|_B = \frac{q_B}{D}$
- B) $w_B = 0, \frac{\partial w}{\partial y}|_B = 0, \Delta\Delta w|_B = \frac{q_B}{D}$
- C) $w_B = 0, \frac{\partial w}{\partial x}|_B = 0, \Delta\Delta w|_B = 0$
- D) $w_B = 0, M_y(B) = 0, \Delta\Delta w|_B = 0$



25. Cechy rozwiązania fundamentalnego i równania Somigliano

26. Układ równań MEB (rozmiar, wyznaczenie współczynników z diagonalu macierzy $[F]$, modyfikacja układu w związku z warunkami brzegowymi)

Model dyskretny MEB płaskiego zagadnienia składa się z 10 elementów. W każdym elemencie umieszczono 2 węzły (każdy węzeł leży wewnątrz elementu – brak węzłów wspólnych dla dwóch elementów). Ile równań algebraicznych MEB zapiszemy dla tego obszaru.

Grzegorz Waśniewski