

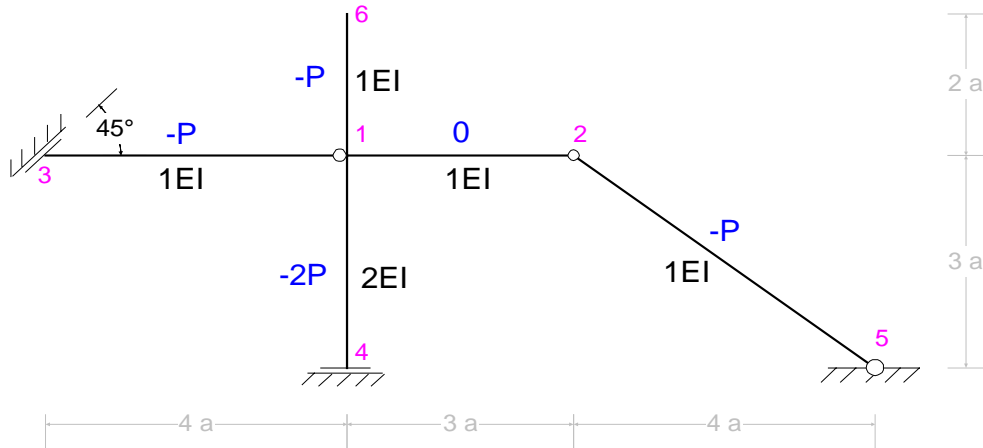
STATECZNOŚĆ

PRZYKŁAD 1

1. WYZNACZENIE SIŁ OSIOWYCH W PRĘTACH	2
2. STOPIEŃ GEOMETRYCZNEJ NIEWYZNACZALNOŚCI	2
2.1 Podział układu na elementy, dla których dane są wzory transformacyjne	2
2.2 Liczba stopni swobody obrotu węzłów n_φ	3
2.3 Wyznaczenie liczby stopni swobody przesuwu węzłów - n_δ	3
2.4 Stopień geometrycznej niewyznaczalności	4
3. UKŁAD PODSTAWOWY	4
4. OBLICZENIE PARAMETRÓW λ_{Lj} DLA PRĘTÓW	5
5. OBLICZENIE KĄTÓW OBROTU CIĘCIW ψ_{Lj}	6
5.1 Stan $\Delta_I=1$	6
5.2 Biegunowy plan przesunięć obróconych (BPPO)	6
5.3 Kąty obrotu cięciw ψ_{ij}^I	6
6. RÓWNANIE STATECZNOŚCI	7
6.1 Postać ogólna układu kanonicznego metody przemieszczeń.....	7
6.2 Współczynniki macierzy sztywności.....	7
6.3 Macierz sztywności $K(\lambda)$	8
6.4 Rozwiązanie równania stateczności	8
7. OBLICZENIE PARAMETRÓW KRYTYCZNYCH DLA PRĘTÓW	9
8. PARAMETRY SZTYWNOŚCI PRĘTÓW	10
9. WERYFIKACJA WYNIKÓW ZA POMOCĄ PROGRAMU STATECZN.EXE	11
10. DANE I WYNIKI Z PROGRAM STATECZN.EXE	14
11. ZGRUBNA WERYFIKACJA WYNIKÓW ZA POMOCĄ PROGRAMU FSW	15
12. TABELARYCZNE ZESTAWIENIE DANYCH UŁATWIAJĄCYCH PROWADZĄCEMU WERYFIKACJĘ OBLICZEŃ I WYNIKÓW	17

ZADANIE: Dla ramy pokazanej na rysunku zbudować równanie stateczności oraz obliczyć długości wyboczeniowe prętów.

Przyjęto numerację węzłów jak na rysunku (węzły sztywne niepodporowe numerujemy jako pierwsze - 1,2 ..., pozostałe węzły kolejnymi numerami - nie stosujemy w numeracji liter gdyż program STATECZN.EXE do weryfikacji obliczeń na komputerze nie akceptuje liter do numeracji węzłów)



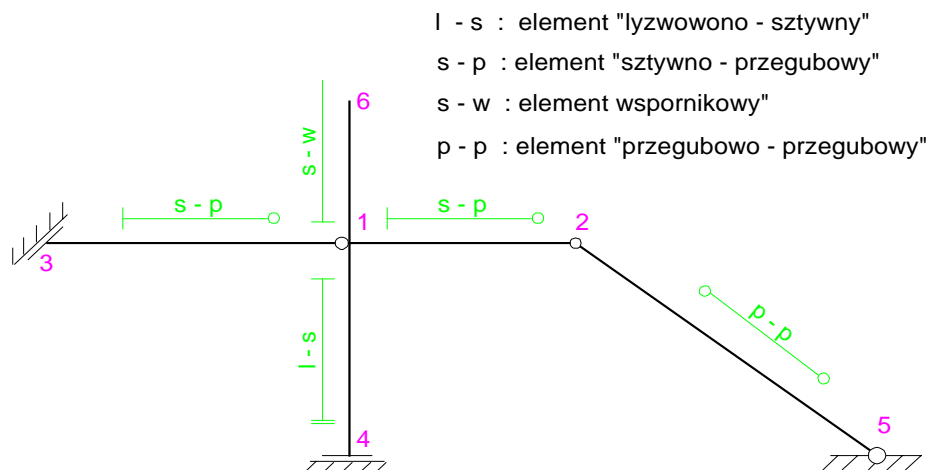
1. WYZNACZENIE SIŁ OSIOWYCH W PRĘTACH

W zadaniu siły osiowe są już wyznaczone i podane na rysunku. Wszystkie pręty są ściskane oprócz pręta 1-2, który jest nieobciążony ($N_{12}=0$). Jeśli w projekcie zadane jest obciążenie to trzeba za pomocą programu PRĘTY lub FSW wyznaczyć siły osiowe we wszystkich prętach konstrukcji (przeważnie statycznie niewyznaczalnej), wprowadzając schemat dany.

2. STOPIEŃ GEOMETRYCZNEJ NIEWYZNACZALNOŚCI


2.1 Podział układu na elementy, dla których dane są wzory transformacyjne

(UWAGA !!! - teoria II- rzędu - patrz teoria)




Z przyjętego podziału na elementy wynika, że:


- dla pręta 3-1 (typ sztywno-przegubowy, **ściskanie**) stosować będziemy wzory o współczynnikach postaci :

i	j	a_{ij}	a_{ji}	$b_{ij} = b_{ji}$	c_{ij}	c_{ji}	$d_{ij} = d_{ji}$
		$\alpha'(\lambda)$	0	0	$\alpha'(\lambda)$	0	$\delta'(\lambda)$


- dla pręta 1-2 (typ sztywno-przegubowy, nieobciążony) :

	3	0	0	3	0	3
---	----------	----------	----------	----------	----------	----------


- dla pręta 2-5 (typ przegubowo-przegubowy, **ściskanie**) :

	0	0	0	0	0	$-\lambda^2$
---	---	---	---	---	---	--------------

- dla pręta 4-1 (typ łożwowo-sztywny, **ściskanie**)

	$\alpha''(\lambda)$	$\alpha''(\lambda)$	$\beta''(\lambda)$	0	0	0
---	---------------------	---------------------	--------------------	---	---	---

- dla pręta 16 (typ wspornikowy, **ściskanie**) :

	$\alpha'''(\lambda)$	0	0	0	0	0
---	----------------------	---	---	---	---	---

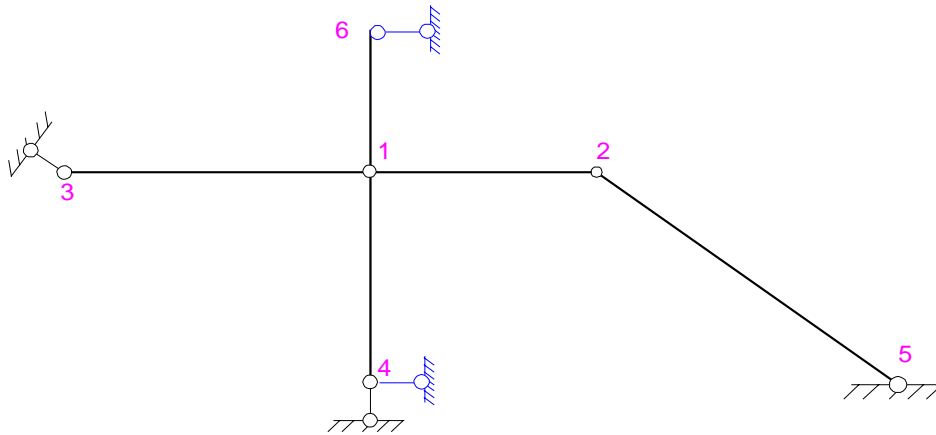
2.2 Liczba stopni swobody obrotu węzłów n_φ

wynosi $n_\varphi = 1$ gdyż końce przyjętych elementów połączone są w 1 węzle sztywnym (oznaczonym jako **1**), mającym swobodę obrotu.

2.3 Wyznaczenie liczby stopni swobody przesuwu węzłów - n_δ

Model układu o węzłach przegubowych (MUWP) do wyznaczenia n_δ tworzymy :

- wstawiając przeguby we wszystkich węzłach
- usuwając wszystkie więzi sprężyste (rotacyjne k_φ i translacyjne k_Δ)
- eliminując stopnie swobody przesuwu, które ujęte są już we wzorach transformacyjnych (dla wspornika oraz łożwy z przesuwem prostopadłym do pręta dodajemy więzi)



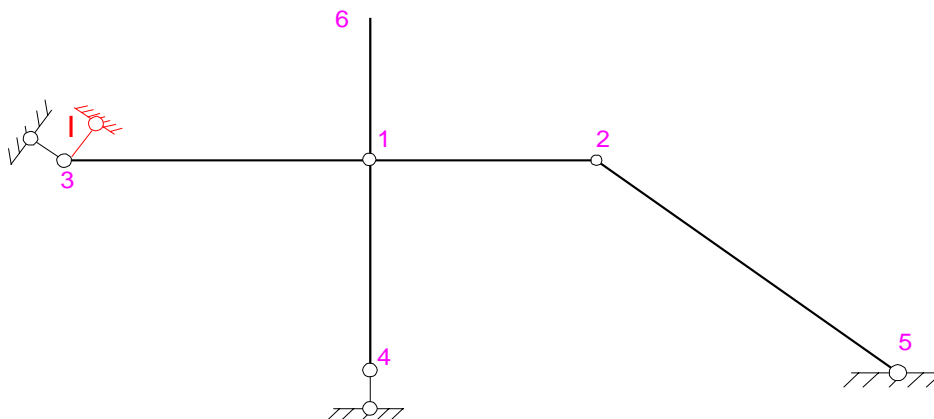
Liczba stopni swobody przesuwu spełnia warunek : $n_{\delta} \geq 2 \cdot w - p - r = 2 \cdot 10 - 9 - 10 = 1$,

gdzie : w - liczba węzłów,

p - liczba prętów w modelu,

r - liczba więzi podporowych (wszystkie trzy parametry dla MUWP)

Wynika stąd, że aby układ był geometrycznie niezmienny należy dodać 1 więź..



Jak widać na rysunku powyżej dodanie więzi I do układu przekształciło przyjęty model w układ geometrycznie niezmienny. Należy sprawdzić czy dodanie 1 więzi wystarczy.

Oznacza to, że **liczba stopni swobody przesuwu wynosi** $n_{\delta} = 1$.

2.4 Stopień geometrycznej niewyznaczalności

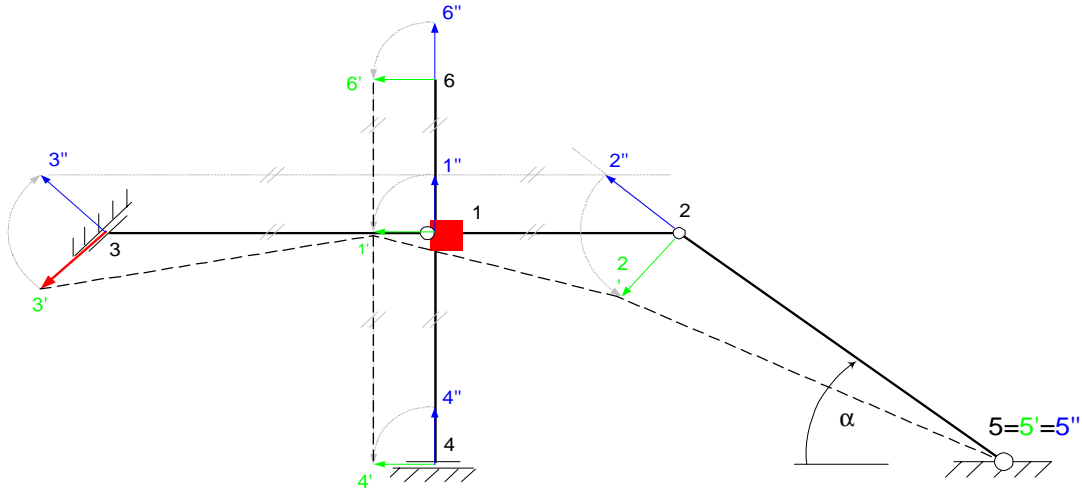
wynosi więc : $n_g = n_{\varphi} + n_{\delta} = 1 + 1 = 2$

3. UKŁAD PODSTAWOWY

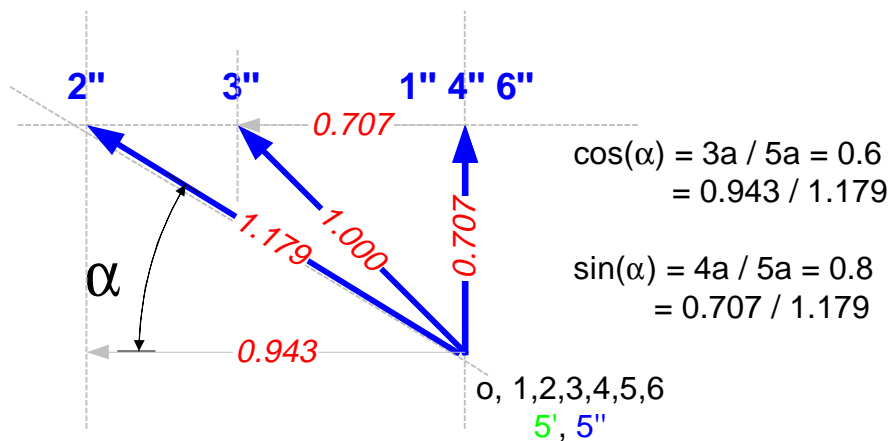
5. OBLICZENIE KĄTÓW OBROTU CIĘCIW ψ_{ij}

wywołanych jednostkowymi przesunięciami $\delta^I = 1$

5.1 Stan $\Delta_I=1$



5.2 Biegunowy plan przesunięć obróconych (BPPO)



5.3 Kąty obrotu cięciw ψ_{ij}^I

$$\psi_{ij}^I = \frac{\Delta_{ij}^I}{L_{ij}}$$

pręt	Δ_{ij}^I	L_{ij}	ψ_{ij}^I
31	0.7071	4a	$\psi_{31}^I = -\frac{0.7071}{4a} = -\frac{\sqrt{2}}{8a} = -\frac{0.1768}{a}$
12	0.943	3a	$\psi_{12}^I = \frac{0.943}{3a} = \frac{0.3143}{a}$
25	1.179	5a	$\psi_{25}^I = -\frac{1.179}{5a} = -\frac{0.2357}{a}$

41	0	3a	$\psi_{25}^I = \frac{0}{3a} = 0$
16	0	2a	$\psi_{16}^I = \frac{0}{2a} = 0$

6. RÓWNANIE STATECZNOŚCI

6.1 Postać ogólna układu kanonicznego metody przemieszczeń

$$\begin{aligned} k_{11}(\lambda) \cdot \varphi_1 + k_{1I}(\lambda) \cdot \Delta_I &= 0 \\ k_{I1}(\lambda) \cdot \varphi_1 + k_{I,I}(\lambda) \cdot \Delta_I &= 0 \end{aligned} \quad \rightarrow \quad [K(\lambda)]\{q\} = \{0\}$$

Z uwagi na jednorodność powyższego układu równań (wyrazy wolne równe zero) może on mieć rozwiązania różne od zera ($q \neq 0$) tylko wtedy gdy wyznacznik macierzy współczynników równy jest zero. Równanie $\det[K(\lambda)] = 0$ nazywane jest **równaniem stateczności** i posiada wiele rozwiązań.

6.2 Współczynniki macierzy sztywności

$$[K(\lambda)] = \begin{bmatrix} k_{\varphi\varphi}(\lambda) & k_{\varphi\Delta}(\lambda) \\ k_{\Delta\varphi}(\lambda) & k_{\Delta\Delta}(\lambda) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11}(\lambda) & k_{1I}(\lambda) \\ k_{I1}(\lambda) & k_{I,I}(\lambda) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} k_{11}(\lambda) &= \sum_j \left(\frac{EJ}{L} \right)_{1j} a_{ij}(\lambda_{ij}) = \frac{2EJ}{3a} \alpha''(\lambda_{14}) + \frac{EJ}{3a} \alpha'(\lambda_{12}) + \frac{EJ}{2a} \alpha'''(\lambda_{16}) = \\ &= \frac{2EJ}{3a} \alpha''(0.6\lambda_o) + \frac{EJ}{3a} \alpha'(0) + \frac{EJ}{2a} \alpha'''(0.4\lambda_o) = \\ &= \frac{EJ}{a} \left[\frac{2}{3} \alpha''(0.6\lambda_o) + \frac{1}{3} \cdot 3 + \frac{1}{2} \alpha'''(0.4\lambda_o) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_{1I}(\lambda) &= - \sum_j \left[\left(\frac{EJ}{L} \right)_{1j} c_{ij}(\lambda_{ij}) \cdot \psi_{ij} \right] = - \left[\frac{EJ}{3a} \alpha'(\lambda_{12}) \cdot \psi_{12}^I \right] = \frac{EJ}{a} \left[- \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \frac{0.3143}{a} \right] \\ &= \frac{EJ}{a} \left[- \frac{0.3143}{a} \right] = k_{I1}(\lambda) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_{I,I}(\lambda) &= \sum_{ij} \left(\frac{EJ}{L} \right)_{ij} \cdot d_{ij}(\lambda_{ij}) \cdot \psi_{ij}^I \cdot \psi_{ij}^I = \\ &= \frac{EJ}{4a} \delta'(\lambda_{13}) \cdot \frac{0.1768^2}{a^2} + \frac{EJ}{3a} \delta'(\lambda_{12}) \cdot \frac{0.3143^2}{a^2} + \frac{EJ}{5a} \delta^{IV}(\lambda_{25}) \cdot \frac{0.2357^2}{a^2} = \end{aligned}$$

$$= \frac{EJ}{a} \left[\frac{0.007815}{a^2} \delta'(0.8\lambda_o) + \frac{0.09878}{a^2} + \frac{0.01111}{a^2} (-\lambda_o^2) \right]$$

6.3 Macierz sztywności $K(\lambda)$

$$\begin{vmatrix} \frac{EJ}{a} \left[\frac{2}{3} \alpha''(0.6\lambda_o) + 1 + \frac{1}{2} \alpha'''(0.4\lambda_o) \right] & \frac{EJ}{a} \left[-\frac{0.3143}{a} \right] \\ \frac{EJ}{a} \left[-\frac{0.3143}{a} \right] & \frac{EJ}{a} \left[\frac{0.007815}{a^2} \delta'(0.8\lambda_o) + \frac{0.09878}{a^2} + \frac{0.01111}{a^2} (-\lambda_o^2) \right] \end{vmatrix}$$

Przykładowo dla $\lambda=0$ (teoria I-go rzędu) elementy macierzy sztywności przyjmują wartości :

$$k_{11}(0) = \frac{EJ}{a} \left[\frac{2}{3} \alpha''(0) + 1 + \frac{1}{2} \alpha'''(0) \right] = \frac{EJ}{a} \left[\frac{2}{3} \cdot 1 + 1 + \frac{1}{2} \cdot 0 \right] = \frac{5EJ}{3a}$$

$$k_{1I}(0) = -\frac{0.3143EJ}{a^2} = k_{1I}(\lambda)$$

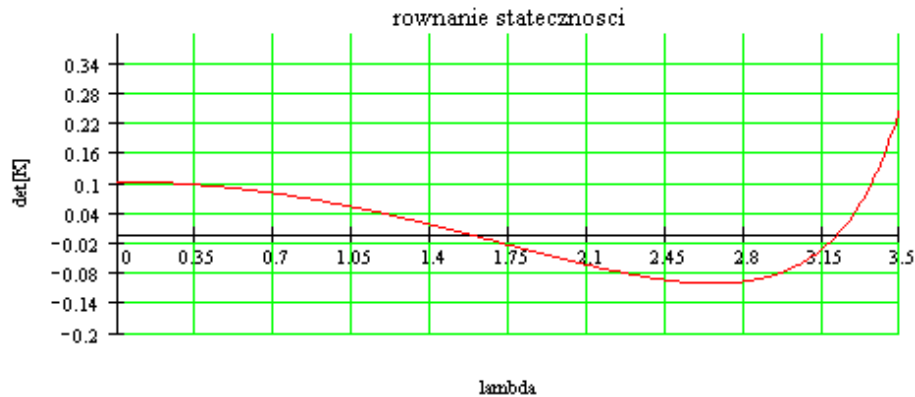
$$k_{I,I}(0) = \frac{EJ}{a} \left[\frac{0.007815}{a^2} \delta'(0) + \frac{0.09878}{a^2} + 0 \right] = \frac{EJ}{a^3} [0.007815 \cdot 3 + 0.09878] = \frac{0.12222EJ}{a^3}$$

$$K(0) = \begin{vmatrix} \frac{5EJ}{3a} & -\frac{0.3143EJ}{a^2} \\ -\frac{0.3143EJ}{a^2} & \frac{0.12222EJ}{a^3} \end{vmatrix}$$

Po sprawdzeniu wartości wyznacznika otrzymujemy $\det[K(0)] > 0$!

6.4 Rozwiązanie równania stateczności

Poszukiwane pierwiastki równania stateczności otrzymuje się przeważnie metodą przeszukiwania - tzn. przyjmuje się wartość początkową λ (zazwyczaj zero) i bada wartość wyznacznika zmieniając wartość λ o pewien krok aż do uzyskania pierwszego miejsca zerowego (patrz rysunek).



Z rysunku widać, że badano wartość wyznacznika w zakresie 0 - 2 oraz pierwsze miejsce zerowe znajduje się około 1.6, a po dokładnym numerycznym badaniu wartość parametru krytycznego (pierwsze miejsce zerowe) wyznaczono jako : $\lambda_{kr} = 1.56506$

Uwaga - badania wyznacznika możemy dokonać w ramach laboratorium komputerowego przy użyciu programu STATECZN.EXE. Osoby bardziej zainteresowane zagadnieniem mogą zrealizować ten podpunkt także samodzielnie (doradzę - S.B.)

(Zestawienie danych i wyników dla niniejszego zadania znajduje się w punkcie 10)

Dla pewności poprawności rozwiązania zaleca się sprawdzenie czy po podstawieniu do równania stateczności parametru krytycznego λ_{kr} równanie to jest spełnione.

Poniżej podano wartości względne

$$K(\lambda_{kr}=1.56506) = \begin{vmatrix} 1.2318 & -0.03143 \\ -0.3143 & 0.0802 \end{vmatrix}$$

7. OBLICZENIE PARAMETRÓW KRYTYCZNYCH DLA PRĘTÓW

- parametr krytyczny układu $\lambda_{kr} = 1.56506$
- krytyczny mnożnik obciążenia $m = \frac{(\lambda_{ij}^{kr})^2 \cdot EJ_{ij}}{L_{ij}^2 \cdot N_{ij}} = 0.09797$
- współczynniki długości wyboczeniowej lokalnej μ_{ij}^{lok} wg tabeli 2 dla typu pręta
- współczynniki długości wyboczeniowej $\mu_{ij} = \frac{\pi}{\lambda_{ij}^{kr}}$
- parametry krytyczne dla prętów $\lambda_{ij}^{kr} = \gamma_{ij} \lambda_{kr}$

- parametry lokalne dla prętów $\lambda_{ij}^{lok} = \frac{\pi}{\mu_{ij}^{lok}}$



- długości wybozeniowe dla prętów $L^w = \mu_{ij} \cdot L_{ij}$

PRET	μ_{ij}^{lok}	μ_{ij}	λ_{ij}^{kr}	λ_{ij}^{lok}
1-6	2	5.018319	0.626025	1.5708
1-3	0.7	2.509160	1.252050	4.4880
1-4	1	3.345546	0.939037	3.1416
1-2	-	-	0.000000	-
2-5	1	2.007328	1.565062	3.1416

Jeżeli $\lambda_{ij}^{kr} < \lambda_{ij}^{lok}$ dla każdego pręta to może nastąpić utrata stateczności w bazie globalnej (przemieszczenia na kierunkach dodanych więzi). Jeżeli $\lambda_{ij}^{kr} \geq \lambda_{ij}^{lok}$ dla któregośkolwiek pręta to - przy założeniu, że nie ma błędu w rozwiązaniu - w pierwszej kolejności może nastąpić lokalna utrata stateczności przy poziomie odpowiadającym $\lambda_{ij}^{kr} = \lambda_{ij}^{lok}$

8. PARAMETRY SZTYWNOŚCI PRĘTÓW

Znając wartości parametrów krytycznych dla prętów λ_{ij}^{kr} podstawiamy je do odpowiednich zależności na parametry sztywności a_{ij} , a_{ji} , b_{ij} , c_{ij} , c_{ji} , d_{ij} (patrz tabela 1.)
Np. dla pręta 1-4 (pręt sztywno-łyżwowy ściskany) odczytujemy współczynniki

i	j	a_{ij}	a_{ji}	$b_{ij} = b_{ji}$	c_{ij}	c_{ji}	$d_{ij} = d_{ji}$
		$\alpha''(\lambda)$	$\alpha''(\lambda)$	$\beta''(\lambda)$	0	0	0

oraz znając dla naszego pręta zależności (patrz teoria) na odpowiednie funkcje parametru $\lambda_{ij}^{kr} = 0.939037$ obliczamy ich wartości :

$$\alpha''(\lambda) = \lambda \cdot \text{ctg } \lambda = 0.939037 \cdot \text{ctg}(0.939037) = 0.6872$$

$$\beta''(\lambda) = -\frac{\lambda}{\sin \lambda} = -\frac{0.939037}{\sin(0.939037)} = -1.16362$$

dla wszystkich prętów poszczególne parametry sztywności zestawiono w tabeli poniżej

pręt ij	siła osiowa	a_{ij}	a_{ji}	$b_{ij} = b_{ji}$	c_{ij}	c_{ji}	$d_{ij} = d_{ji}$
1 6	$N < 0$	-0.4526	0	0	0	0	0
1 3	$N < 0$	0	2.6714	0	0	2.6714	1.1037
1 4	$N < 0$	0.6872	0.6872	-1.1636	0	0	0
1 2	0	3	0	0	3	0	3
2 5	$N < 0$	0	0	0	0	0	-2.4494

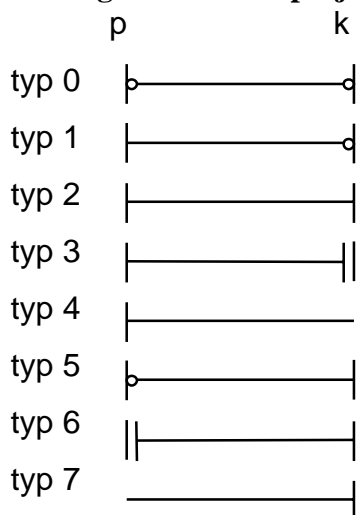
zwróćmy uwagę, że dla pręta 1-2 w którym brak siły osiowej współczynniki sztywności odpowiadają parametrom według teorii I-go rzędu. Ciekawym zadaniem jest także porównanie parametrów sztywności według teorii II-rzędu (tabela) dla pozostałych prętów z wynikami według teorii I-rzędu.

9. WERYFIKACJA WYNIKÓW ZA POMOCĄ PROGRAMU STATECZN.EXE

Program STATECZN.EXE umożliwia rozwiązanie następujących zadań:

1. Automatyczne wyszukanie krytycznych parametrów stateczności ramy.
2. Wyznaczanie wartości wyznacznika macierzy sztywności dla wprowadzanych wartości parametru λ i wyznaczenie krytycznych parametrów stateczności odpowiadających wprowadzonej wartości krytycznej parametru λ .
3. Wyznaczanie parametrów sztywności dla różnych typów prętów dla dowolnych wartości parametru λ .

Program ten akceptuje 8 typów prętów o stałej sztywności:



Uwaga: W czasie pracy pojawiają się pytania. Odpowiedzią **twierdzącą** jest naciśnięcie klawisza **"T"** lub **"t"** lub **"1"** a **przeczącą** naciśnięcie **każdego innego klawisza**.

Przed przystąpieniem do wprowadzania danych należy:

- ponumerować węzły ramy (**tylko cyfry !!!**) - w pierwszej kolejności węzły sztywne niepodporowe, następnie węzły przegubowe niepodporowe i następnie węzły podporowe,
- ponumerować pręty (**tylko cyfry !!!**),
- przypisać prętom typy z listy przedstawionej powyżej (typ pręta zależy także od tego, który węzeł przyjęto jako początek pręta).

Następnie wprowadzamy kolejno dane:

1. Parametry określające rozmiar zadania:

- l_p liczba prętów,
- n_f liczba węzłów sztywnych niepodporowych,
- n_d liczba stopni swobody przesuwu układu.

2. Macierz połączeń węzłów prętami:

- p - nr węzła początku pręta,
- k - nr węzła końca pręta,
- typ - typ pręta (według zestawienia powyżej)

3. Długości prętów:

- L_o długość porównawcza (zalecane $L_o = 1$),
- $l(i) = L(i)/L_o$ długości względne prętów,

4. Sztywności prętów:

- EJ_o sztywność porównawcza (zalecane $EJ_o = 1$),
- $ej(i) = EJ(i)/EJ_o$ sztywności względne prętów,

5. Siły osiowe w prętach:

- N_o siła porównawcza (zalecane $N_o = 1$),
- $n(i) = n(i)/N_o$ siły osiowe względne ("+" rozciąganie, "-" ściskanie),

6. k_f - względne sztywności sprężystych więzi rotacyjnych.7. k_d - względne sztywności sprężystych więzi translacyjnych.8. Kąty obrotu cięciw prętów ($\psi(i,j)$) oznacza kąt obrotu cięciwy pręta "i" od przesunięcia $\delta_j=1$).9. Wydłużenia sprężystych więzi translacyjnych ($wydl. swt(i,j)$) oznacza wydłużenie więzi "i" od przesunięcia $\delta_j=1$).

10. Parametry do iteracji (wystarczy zaakceptować wyświetlane wartości domyślne - negatywną odpowiedzią na pytanie "Czy zmienić ?"):

- a) krok początkowy λ ,
- b) wartość początkowa λ ,
- c) krok końcowy λ ,

Wprowadzanie każdej grupy danych odbywa się w dwu trybach:

1. Tryb **czytania z klawiatury** jest uruchamiany automatycznie gdy plik o podanej nazwie nie istnieje lub ma nieodpowiedni rozmiar, w przeciwnym razie tryb ten jest uruchamiany odpowiedzią twierdzącą na pytanie "Czy czytać ?".

2. Tryb **sprawdzania i wymiany** wartości jest uruchamiany odpowiedzią twierdzącą na pytanie "Czy sprawdzić lub wymienić elementy?".

Pytanie to jest powtarzane aż do uzyskania odpowiedzi przeczącej.

Wprowadzanie sztywności więzi rotacyjnych i translacyjnych jest poprzedzone pytaniem czy takie więzi istnieją w rozwiązywanym układzie. Odpowiedź przecząca eliminuje potrzebę czytania pozostałych informacji o tych więziach.

Do pliku o nazwie wprowadzonej na początku programu z rozszerzeniem wyn zapisywane są:

- wszystkie **dane** (po odpowiedzi "tak" na pytanie "Czy zapisać DANE?")
- **wyniki**:
 - a) wartości λ porównawczego (jako λ porównawcze przyjmowane jest automatycznie λ_{\max}) i odpowiadające im wartości wyznacznika macierzy sztywności,
 - b) odpowiadające im macierze sztywności (po twierdzącej odpowiedzi na pytanie "Czy zapisać MACIERZ SZTYWNOŚCI?"),
 - c) krytyczne i współczynniki długości wyboczeniowych (π/λ_{kr}),
 - d) krytyczne i współczynniki długości wyboczeniowych odpowiadające lokalnej utracie stateczności pręta,
 - e) parametry sztywności prętów odpowiadające rozwiązaniu krytycznemu

Zadanie 3:

Wprowadza się parametr lambda i daje odpowiedź na pytanie "Czy pręt jest ściskany?".

Wyświetlane są i zapisywane do pliku wartości parametrów sztywności pręta:

$$a_p(\lambda), a_k(\lambda), b(\lambda), c_p(\lambda), c_k(\lambda), d(\lambda).$$

10. DANE I WYNIKI Z PROGRAM STATECZN.EXE**UWAGA !!!** Wydruk pliku wynikowego z danymi musi być dołączony do PROJEKTU

D A N E

lp=5 nf=1 nd=1 Lo=1.0000 EJo=1.0000 No=1.0000

nr	pr	p	k	typ	L	EJ	N	la2	la2unor
1	1	6	4	2.0000	1.0000	-1.0000	-4.0000	-0.1600	
2	1	3	5	4.0000	1.0000	-1.0000	-16.0000	-0.6400	
3	1	4	3	3.0000	2.0000	-2.0000	-9.0000	-0.3600	
4	1	2	1	3.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
5	2	5	0	5.0000	1.0000	-1.0000	-25.0000	-1.0000	

KATY OBROTU CIECIW

	1
1	0.0000
2	-0.1768
3	0.0000
4	0.3143
5	-0.2357

W Y N I K I

M A C I E R Z S Z T Y W N O S C I (wartosci wzgledne)

	1	2
1	1.6667	-0.3143
2	-0.3143	0.1222

lambda = 0.0000000000	det = 0.104929126667
lambda = 0.1000000000	det = 0.104448548793
lambda = 0.2000000000	det = 0.103009160763
lambda = 0.3000000000	det = 0.100618023475
lambda = 0.4000000000	det = 0.097286986217
lambda = 0.5000000000	det = 0.093032810912
lambda = 0.6000000000	det = 0.087877351341
lambda = 0.7000000000	det = 0.081847792937
lambda = 0.8000000000	det = 0.074976960887
lambda = 0.9000000000	det = 0.067303706835
lambda = 1.0000000000	det = 0.058873387684
lambda = 1.1000000000	det = 0.049738454015
lambda = 1.2000000000	det = 0.039959170906
lambda = 1.3000000000	det = 0.029604500751
lambda = 1.4000000000	det = 0.018753186803
lambda = 1.5000000000	det = 0.007495088450
lambda = 1.6000000000	det = -0.004067164024
lambda = 1.5100000000	det = 0.006350735825
lambda = 1.5200000000	det = 0.005203439694
lambda = 1.5300000000	det = 0.004053311772
lambda = 1.5400000000	det = 0.002900465294
lambda = 1.5500000000	det = 0.001745015044
lambda = 1.5600000000	det = 0.000587077375
lambda = 1.5700000000	det = -0.000573229765
lambda = 1.5610000000	det = 0.000471151327
lambda = 1.5620000000	det = 0.000355201702
lambda = 1.5630000000	det = 0.000239228619
lambda = 1.5640000000	det = 0.000123232196
lambda = 1.5650000000	det = 0.000007212554
lambda = 1.5660000000	det = -0.000108830188
lambda = 1.5651000000	det = -0.000004390683

lambda = 1.5650100000	det = 0.000006052241
lambda = 1.5650200000	det = 0.000004891925
lambda = 1.5650300000	det = 0.000003731607
lambda = 1.5650400000	det = 0.000002571287
lambda = 1.5650500000	det = 0.000001410965
lambda = 1.5650600000	det = 0.000000250640
lambda = 1.5650700000	det = -0.000000909687
lambda = 1.5650610000	det = 0.000000134607
lambda = 1.5650620000	det = 0.000000018575
lambda = 1.5650630000	det = -0.000000097458
lambda = 1.5650621000	det = 0.000000006971
lambda = 1.5650622000	det = -0.000000004632
lambda = 1.5650621100	det = 0.000000005811
lambda = 1.5650621200	det = 0.000000004651
lambda = 1.5650621300	det = 0.000000003490
lambda = 1.5650621400	det = 0.000000002330
lambda = 1.5650621500	det = 0.000000001170
lambda = 1.5650621600	det = 0.000000000009
lambda = 1.5650621700	det = -0.000000001151
lambda = 1.5650621610	det = -0.000000000107

W Y N I K I K O N C O W E

M A C I E R Z S Z T Y W N O S C I (wartosci wzgledne)

	1	2
1	1.2318	-0.3143
2	-0.3143	0.0802

lambda = 1.5650621600 det = 0.000000000009
 Krytyczny mnoznik obciazenia 9.79767825865546E-0002

pret	lamb.kryt	lamb.lok.	wspolcz.dl.wyb.	ws.dl.wyb.lok.	
1	0.626025	1.5708	5.018319	2.0000	N < 0
2	1.252050	4.4880	2.509160	0.7000	N < 0
3	0.939037	3.1416	3.345546	1.0000	N < 0
4	0.000000				N = 0
5	1.565062	3.1416	2.007328	1.0000	N < 0

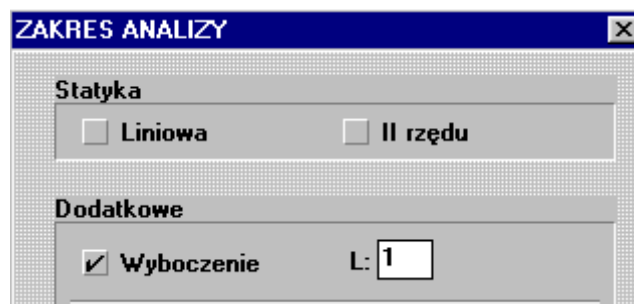
PARAMETRY SZTYWNOŚCI PRETÓW ODPOWIADAJĄCE OBCIĄZENIU KRYTYCZNEMU							
pret	lambda	ap	ak	b	cp	ck	d
1	0.62602	-0.45264	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
2	1.25205	0.00000	2.67137	0.00000	0.00000	2.67137	1.10374
3	0.93904	0.68720	0.68720	-1.16363	0.00000	0.00000	0.00000
4	0.00000	3.00000	0.00000	0.00000	3.00000	0.00000	3.00000
5	1.56506	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	-2.44942

11. ZGRUBNA WERYFIKACJA WYNIKÓW ZA POMOCĄ PROGRAMU FSW

Śledzenie form wyboczenia oraz zgrubną weryfikacji obliczeń można wykonać przy pomocy np. programu **FSW**. Wyniki otrzymane z programu dla analizy stateczności (wyboczenie) - to przybliżone rozwiązanie w sensie metody elementów skończonych. Wraz z zagęszczaniem podziału na elementach wynik będzie zbliżony do ścisłego.

Żeby w programie FSW przeprowadzić analizę stateczności w oknie dialogowym zakresu analizy, które pojawia się po wybraniu polecenia MENU Analiza | Zakres, trzeba zadeklarować zakres analizy projektu **wyboczenie**, podając liczbę L kolejnych

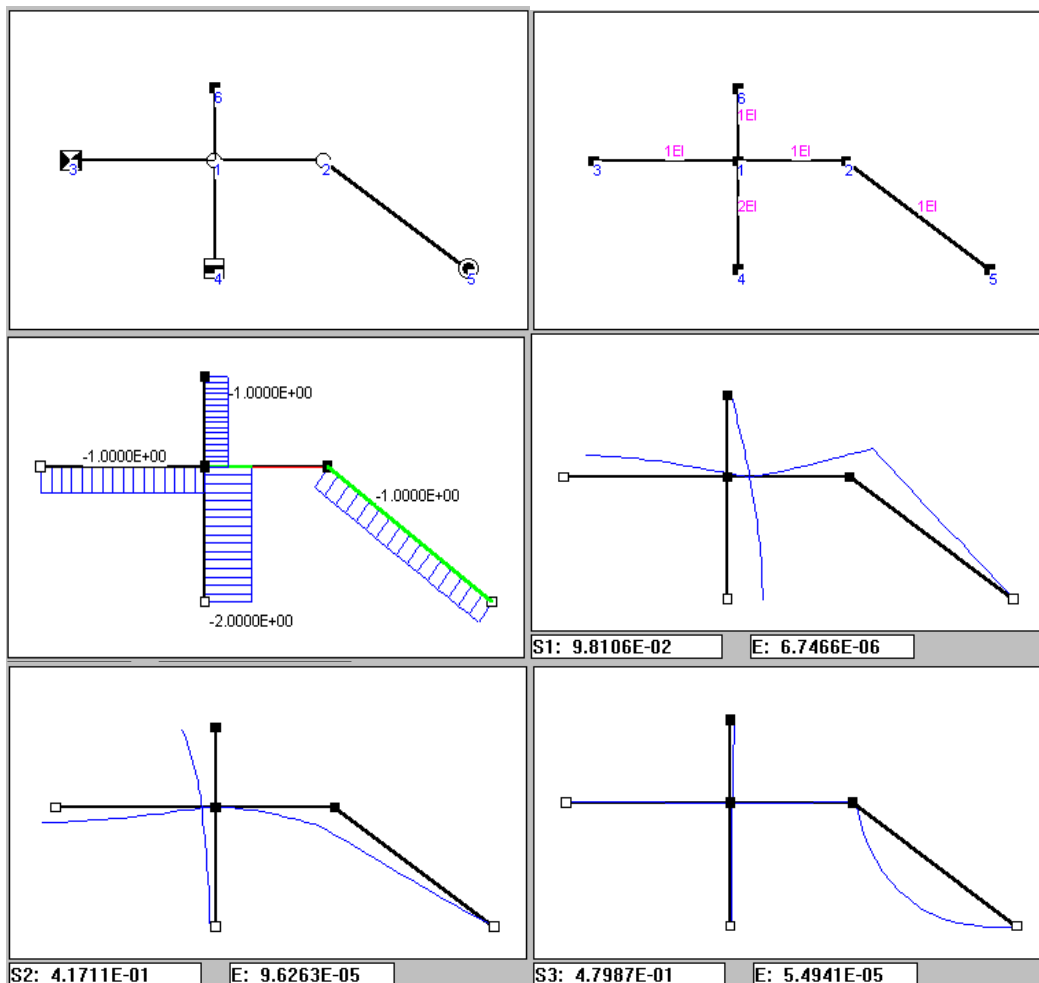
form wyboczenia udostępnianych przez program. Do weryfikacji obliczeń ręcznych (a także w większości zastosowań inżynierskich) potrzebne nam będzie pierwsza forma wyboczenia (utrata stateczności), a więc zadajemy $L=1$.



Wyniki dla tej opcji śledzimy po wybraniu polecenia MENU Wyniki | Wyboczenie lub za pomocą menu ikonowego



Wprowadzając do programu (rysunki poniżej) odpowiednio geometrię, typy połączeń prętów w węzłach, warunki podparcia (rys 1), rozkład sztywności (rys.2), rozkład obciążenia realizującego stan sił osiowych jak zadano w zadaniu (rys. 3 - **!! uwaga !! nie zawsze trywialne !!!**) przeprowadzamy analizę wyboczenia.



Na rysunkach 3-6 pokazano kolejno pierwszą (do weryfikacji obliczeń ręcznych), drugą oraz trzecią (poglądowo) formę utraty stateczności.

U dołu każdej z form utraty stateczności podany jest bezwymiarowy mnożnik obciążenia krytycznego S_i dla i-tej formy wybożenia oraz względny błąd obliczenia tego mnożnika E . Formy wybożenia uszeregowane są rosnąco tzn. pierwsza forma odpowiada najmniejszemu obciążeniu krytycznemu.

Bezwymiarowy mnożnik obciążenia krytycznego S (m z obliczeń ręcznych) ma następującą interpretację: **obciążenia z danego schematu przemnożone przez mnożnik S stanowią obciążenie krytyczne** (pewien rodzaj współczynnika bezpieczeństwa konstrukcji). W niektórych konstrukcjach (o przewodzie dodatnich sił osiowych) może się zdarzyć przypadek ujemnego mnożnika obciążenia. Oznacza to, że obciążenie krytyczne ma zwrot przeciwny niż zadeklarowano w danym schemacie obciążenia.

Odczytane z FSW $S_1 = 0.098106$, a z obliczeń w zadaniu $m = 0.097977$ są bardzo zbliżone i różnią się o niecałe 0.15 % co świadczy o dobrej zgodności wyników nawet dla rzadkiego podziału na elementy skończone w FSW. Rozbieżności wzrastają wraz wyższymi formami własnymi i np. dla drugiej formy własnej $S_2 = 0.41711$, a z obliczeń w zadaniu policzone $m_2 = 0.41473$ są także zbliżone i różnią się o niecałe 0.58 %.

12. TABELARYCZNE ZESTAWIENIE DANYCH UŁATWIAJĄCYCH PROWADZĄCEMU WERYFIKACJĘ OBLICZEŃ I WYNIKÓW

Przygotowane powinny być następujące tablice danych :

1. prętów
2. obrotów cięciw prętów - ψ - w stanach suwnych (jeśli występują)

Poniżej dla tego zadania zaprezentowano zestawione tablice wraz z komentarzem (student w zadaniu projektowym przygotowuje jedynie tablice opisując je z boku) :

1. tablica danych o prętach - kolejno w wierszach umieszczamy 6 danych o każdym pręcie : węzeł lewy, węzeł prawy, długość L , sztywność EJ , typ pręta oraz siłę osiową N
Uwaga - numerujemy najpierw węzły sztywne kolejno : 1,2 ... a potem pozostałe.

1	6	2	1	13	-1
1	3	4	1	01	-1
1	4	3	2	12	-2
1	2	3	1	10	0
2	5	5	1	00	-1

typ pręta określa jego zamocowanie na lewym końcu (pierwsza cyfra) oraz na prawym końcu (druga cyfra), gdzie : 0 - to przegub, 1 - zamocowanie sztywne, 2 - łyżwa, 3 - swobodny koniec na wsporniku (a więc pręt 11 jest sztywno-sztywny, 02 - przegub-łyżwa itd.) *Uwaga który węzeł jest lewy, a który prawy !*

2. tablica obrotów cięciw prętów - ψ -

0
-0.1768
0
0.3142
-0.2357

kolejno dla prętów kąty cięciwy obrotu w pierwszym (p. 5.3) i jeśli występuje to w drugim stanie suwnym - dodatnie zgodne z ruchem wskazówek zegara

!!! UWAGA !!! - Sposób zestawienia danych nie jest związany z metodą przemieszczeń, a jedynie z oprogramowaniem, które jest wykorzystywane przez prowadzącego do weryfikacji obliczeń i wyników.

Uprasza się o staranne przygotowanie tego podpunktu, gdyż decyduje on w znacznym stopniu o szybkości wykonania weryfikacji przez Ciebie (!!!) w ramach laboratorium komputerowego oraz także szybkości wyłapania błędów przez prowadzącego, a więc i czasie ewentualnego zwrotu projektu do poprawy.