

PRZYSTOSOWANIE PŁASKICH UKŁADÓW PRĘTOWYCH ZGINANYCH

SPIIS TREŚCI

1.	WPROWADZENIE	2
2.	ZAŁOŻENIA	2
3.	MOMENTY RESZTKOWE	3
4.	TWIERDZENIA PODSTAWOWE TEORII PRZYSTOSOWANIA	4

1. WPROWADZENIE

Teoria przystosowania zajmuje się nośnością konstrukcji wykonanych z materiału sprężysto-plastycznego, obciążonych obciążeniami zmiennymi w czasie w granicach określonych przez pewne poszukiwane parametry.

Pod wpływem cyklicznie zmiennych obciążeń konstrukcja sprężysto-plastyczna może:

1. pracować w stanie sprężystym, jeśli żadna z możliwych kombinacji obciążeń nie spowoduje osiągnięcia granicznych naprężeń plastycznych w żadnym punkcie konstrukcji,
2. stać się układem geometrycznie zmiennym w wyniku wyczerpania jej nośności po osiągnięciu stanu granicznego,
3. doznawać przyrostów odkształceń plastycznych w kolejnych cyklach obciążeń. Wówczas dalsze zachowanie się konstrukcji zależy nie tylko od aktualnych wartości obciążeń, ale również od poprzednich. Przyrosty odkształceń plastycznych mogą:
 - spowodować zniszczenie konstrukcji w wyniku przekroczenia granicy odkształcalności materiału - **zniszczenie przyrostowe**,
 - spowodować zniszczenie zmęczeniowe przy naprzemiennych odkształceniach plastycznych po stosunkowo niewielkiej liczbie cykli - **zmęczenie niskocyklowe**,
 - zaniknąć i spowodować dalszą czysto sprężystą pracę konstrukcji w następnych cyklach obciążenia - **przystosowanie się konstrukcji**.

2. ZAŁOŻENIA I OGRANICZENIA

1. Materiał jest idealnie sprężysto-plastyczny.
2. Stosuje się teorię małych odkształceń.
3. Równania równowagi zapisywane są w układzie nieodkształconym.
4. Wykorzystuje się linowe związki fizyczne w zakresie odkształceń sprężystych i stowarzyszone prawo plastycznego płynięcia w zakresie odkształceń plastycznych.
5. Zakłada, że

$$\varepsilon = \varepsilon^E + \varepsilon^P,$$

gdzie $\varepsilon^E = \frac{\sigma_0}{E}$ - graniczne odkształcenie sprężyste,

ε^P - odkształcenia plastyczne.

6. Przyjmuje się, że obowiązuje założenie płaskich przekrojów również w obecności odkształceń plastycznych.
7. Zakłada się, że cała deformacja plastyczna koncentruje się w przekrojach, w których został osiągnięty moment graniczny. W tych przekrojach tworzą się **przeguby plastyczne**. Zakładamy, że przekrój zachowuje się sprężyste, aż do chwili, gdy występuje w nim moment zginający równy momentowi granicznemu

$$M_0 = \sigma_0 \int_A z dA$$

„Wielkość skupionej w przegubie plastycznym w przekroju „i” deformacji plastycznej”

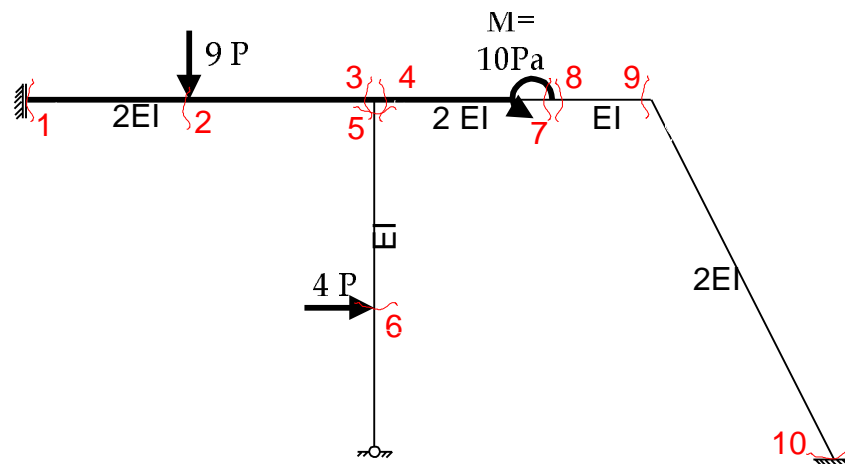
mierzmy wzajemnym obrotem Θ_i przekrojów po lewej i prawej stronie przegubu plastycznego

$$\Theta_i = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \int_{x_i}^{x_i + \Delta x} \frac{d^2 w}{dx^2} dx$$

8. Zakłada się, że uplastycznienie następuje w skończonej liczbie r przekrojów (punktów osi) tzw. **przekrojów krytycznych (niebezpiecznych)**,
9. Zakłada się, że przekroje prętów są odcinkami stałe i mają 2 osie symetrii, przy czym jedna z nich leży w płaszczyźnie zginania.
10. Rozpatruje się przypadki, gdy konstrukcja jest obciążona tylko siłami skupionymi lub momentami skupionymi. Założenie to upraszcza analizę przystosowania w tym sensie, że położenie przekrojów krytycznych (niebezpiecznych) jest jednoznacznie określone.

Przekrojami niebezpiecznymi są:

- punkty przyłożenia sił i momentów skupionych,
- punkty zmiany przekroju poprzecznego,
- punkty załamania osi prętów, a w szczególności wszystkie przekroje przywęzłowe,
- przekroje przy podporach utwierdzonych.



3. MOMENTY RESZTKOWE

Z chwilą, kiedy wystąpiły w konstrukcji odkształcenia plastyczne powstaje pole **momentów resztkowych** M^R . Momenty resztkowe spełniają równania równowagi przy zerowych obciążeniach zewnętrznych. W przekroju krytycznym „i” wynoszą:

$$M_i^R = M_i - M_i^E,$$

gdzie M_i^E jest momentem zginającym obliczonym przy założeniu czysto sprężystego zachowania się konstrukcji.

Jeśli konstrukcja jest n_h - krotnie statycznie niewyznaczalna i nie działają na nią żadne obciążenia zewnętrzne to

$$M_i^R = \sum_{j=1}^{n_h} X_j m_{ij}$$

gdzie X_j oznacza j -tą wielkość hiperstatyczną (nadliczbową),
 m_{ij} oznacza momenty w przekroju „ i ” wywołane siłą hiperstatyczną $X_j = 1$.

4. TWIERDZENIA PODSTAWOWE TEORII PRZYSTOSOWANIA

TWIERDZENIE O PRZYSTOSOWANIU (Bleich, Melan)

Jeżeli dla konstrukcji ramowej płaskiej istnieje nie zmieniające się w czasie pole momentów reszkowych M_i^R takie, że

$$\begin{aligned} M_i^R + \max M_i^E &\leq M_{oi}^+ \\ -M_i^R - \min M_i^E &\leq M_{oi}^- \\ \max M_i^E - \min M_i^E &\leq 2M_{ei} \end{aligned}, \quad i = 1, 2, \dots, r$$

to konstrukcja przystosuje się do danego programu obciążenia lub znajdzie się w stanie granicznym w sensie wyczerpania nośności wg teorii przystosowania.

W nierównościach powyższych:

$\max M_i^E$, $\min M_i^E$ oznaczają maksymalną i minimalną wartość momentu zginającego w przekroju „ i ” z rozwiązania sprężystego, określoną jednoznacznie przez granice zmienności obciążenia (wartości obwiedni sprężystych momentów zginających),

M_{oi}^+ , M_{oi}^- są odpowiednio granicznymi momentami plastycznymi przy rozciąganiu i ściskaniu, dla stali są one sobie równe, $M_{oi} = \sigma_0 \cdot W_{pl}$,

$M_{ie} = \sigma_0 \cdot W_E$ jest granicznym momentem sprężystym,

W_E jest sprężystym wskaźnikiem przekroju na zginanie,

W_{pl} oznacza plastyczny wskaźnik przekroju na zginanie,

σ_0 oznacza granicę plastyczności materiału.

TWIERDZENIE O NIEPRZYSTOSOWANIU (Neal, Koiter)

Jeżeli istnieje mechanizm ruchu plastycznego określony przez odkształcenia w przegubach plastycznych Θ_i^+ , Θ_i^- taki, że zachodzi nierówność

$$\sum_{i=1}^r M_{oi} \cdot (\Theta_i^+ + \Theta_i^-) \leq \sum_{i=1}^r (\max M_i^E \Theta_i^+ - \min M_i^E \Theta_i^-)$$

to konstrukcji grozi niebezpieczeństwo zniszczenia przyrostowego.

W warunkach powyższych przyjęto oznaczenia

$$\Theta_i^+ = \Theta_i, \quad \text{gdy } \Theta_i > 0,$$

$$\Theta_i^- = -\Theta_i, \quad \text{gdy } \Theta_i < 0.$$